

Serie 6

1. Seien A, B und $\{A_i\}_{i=1, \dots, n}$ Ereignisse einer σ -Algebra \mathcal{F} . Wir nehmen an, dass die A_i paarweise disjunkt sind. Beweisen Sie folgende Aussagen:
 - a) A und B sind genau dann unabhängig, wenn A^c und B^c unabhängig sind.
 - b) Sind A und A_i unabhängig für alle $i = 1, \dots, n$, dann sind A und $\bigcup_{i=1}^n A_i$ auch unabhängig.
 - c) Falls $P(A) = 1$, dann sind A und B unabhängig.

2. Wir betrachten ein Kartenspiel mit 52 Karten und den Farben Herz, Kreuz, Schaufel und Ecken. Begründen Sie, ob folgende Ereignisse A und B jeweils unabhängig sind:
 - a) Wir ziehen eine Karte und betrachten die Ereignisse $A =$ „Sie ziehen einen König“ und $B =$ „Sie ziehen eine Karte der Farbe Herz“.
 - b) Sie ziehen zwei Karten *mit Zurücklegen* und betrachten die Ereignisse $A =$ „Sie ziehen ein Paar“ und $B =$ „Sie ziehen zwei Karten der Farbe Herz“.
 - c) Sie ziehen zwei Karten gleichzeitig *ohne Zurücklegen* und betrachten die Ereignisse $A =$ „Sie ziehen ein Paar“ und $B =$ „Sie ziehen zwei Karten der Farbe Herz“.

3. Wir werfen zwei faire Würfel ein Mal. Sei $D_i, i = 1, 2$, die Zufallsvariable, welche die geworfene Zahl des i -ten Würfels beschreibt. Sei S die Zufallsvariable, welche die Summe der geworfenen Zahlen wiedergibt. Begründen Sie, ob folgende Ereignisse jeweils unabhängig sind:
 - a) $\{D_1 = i\}$ und $\{D_2 = j\}$ für $(i, j) \in \{1, \dots, 6\}^2$.
 - b) $\{S = 5\}$ und $\{D_1 \text{ ist gerade}\}$.
 - c) $\{S = 6\}$ und $\{D_2 \text{ ist gerade}\}$.
 - d) $\{S \text{ ist gerade}\}, \{D_1 \text{ ist gerade}\}$ und $\{D_2 \text{ ist gerade}\}$.

Abgabe: Montag 10. Mai in der Übungsstunde.